

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Helsingin yliopisto

Kokeessa saa olla mukana vain kynät, kumi ja viivoitin.
Elektroniset laitteet ja taulukkokirja eivät ole sallittuja.
Tentti-aika on 3 tuntia 30 minuuttia.

VEKTORIANALYYSI I
ELOKUU 2018

0.1. **Tehtävä.** Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 8 - 2x^2 - 4y^2$. Etsi osittaisderivaatat $f_x(2, 2)$ ja $f_y(2, 3)$. Tulkitse nämä luvut.

0.2. **Tehtävä.** (1) Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto (\sin x)^2 \cos y$. Etsi $\nabla f(x, y)$.

(2) Olkoon $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \|x\|^2 = x_1^2 + \dots + x_n^2$, $n \geq 2$. Etsi funktion f osittaisderivaatat pisteessä x ja funktion f gradientti pisteessä x . Mikä on funktion f derivaatta pisteessä x ?

0.3. **Tehtävä.** (1) Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ annettu. Anna riittävä ehto sille, että funktio f on differentioituva.

(2) Olkoon $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ differentioituva. Mainitse kaksi funktion g ominaisuutta, jotka seuraavat funktion g differentioituvuudesta.

0.4. **Tehtävä.** Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x_1, x_2) \mapsto x_1 x_2$. Piirrä funktion tasa-arvokäyrät, kun $x_1 x_2 = 1$ ja $x_1 x_2 = -1$. Piirrä gradienttivektorit pisteissä $(2, 2)$ ja $(-1, -1)$. Mitä gradienttivektori pisteessä $(-1, -1)$ kertoo funktiosta tässä pisteessä?