

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Helsingin yliopisto

Kokeessa saa olla mukana vain kynät, kumi ja viivoitin.
Elektroniset laitteet ja taulukkokirja eivät ole sallittuja.
Vastausaikaa on 2,5 tuntia.

Kurssikoe
VEKTORIANALYYSI I
23.10.2017

0.1. **Tehtävä.** Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & \text{kun } (x, y) \neq 0, \\ 0, & \text{kun } (x, y) = 0. \end{cases}$$

Tutki funktion f jatkuvuutta.

0.2. **Tehtävä.** Olkoon G avoin joukko avaruudessa \mathbb{R}^n , $n \geq 2$. Olkoon $f : G \rightarrow \mathbb{R}$ differentioituva kuvaus. Osoita, että funktiolla f on olemassa suunnattu derivaatta $\partial_e f(x_0)$ pisteessä $x_0 \in G$ jokaiseen suuntaan $e \in \mathbb{R}^n$, $\|e\| = 1$, ja

$$\partial_e f(x_0) = Df(x_0)e.$$

0.3. **Tehtävä.** Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)e^{-x_1x_2}.$$

Etsi funktion f derivaatta pisteessä $a \in \mathbb{R}^2$. Anna funktion f derivaatta erityisesti pisteessä $(0, 7)$.

0.4. **Tehtävä.** Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1 - 12x_2 + 20$. Etsi funktion f lokaalit ääriarvot.