

Tietorakenteet ja algoritmit, syksy 2018
Tentti 24.10.2018 / Antti Laaksonen

Kirjoita jokaisen tehtävän vastaus erilliselle konseptiarkille. Merkitse jokaiseen paperiin oma nimesi ja opiskelijanumerosi. Jos käytät lunttilappua, palauta se vastaustesi mukana.

Tehtävä 1 (4 pistettä)

Ilmoita jokaisen seuraavan algoritmin aikavaativuus O-merkinnällä ja perustele tämä lyhyesti. Merkintä . . . tarkoittaa koodia, joka vie aikaa $O(1)$.

1. for i = 1 to n/3
 ...
2. for i = 1 to n
 ...
 for i = 1 to n
 ...
 for i = 1 to n
 ...
 for i = 1 to n
 ...
 ...
3. for i = 1 to n
 for j = 1 to n
 ...
 for j = 1 to n
 ...
 ...
4. for i = 1 to n*n
 for j = 1 to n*n
 ...
5. i = 1
 while i <= n
 i += 10
6. for i = 1 to n
 j = n
 while j >= 1
 j /= 2
7. i = 1
 while i*i <= n
 i += 1
8. for i = 1 to n
 for j = 1 to 5
 ...

Saat jokaisesta oikeasta vastauksesta 0.5 pistettä, ja tehtävän kokonaispistemäärä on näiden pisteiden summa pyöristettynä alaspäin kokonaisluvuksi.

Tehtävä 2 (4 pistettä)

Vastaa lyhyesti jokaiseen seuraavaan kohtaan:

1. Anna esimerkki taulukosta, jossa on 5 alkioita ja tasan 2 inversiota.
2. Anna esimerkki binäärihakupuusta, joka sisältää alkioita [2,3,5,7,9].

3. Anna esimerkki hajautusfunktioista, joka antaa saman hajautusarvon merkkijonoille "apina" ja "banaani".
4. Milloin binäärihakupuu on parempi valinta kuin hajautustaulu?
5. Mitä hyötyä taulukkolistasta on taulukkoon verrattuna?
6. Miksi Javan Arrays . sort ei käytä laskemisjärjestämistä, vaikka se on hyvin tehokas algoritmi?
7. Algoritmin aikavaativuus on $O(n^2)$ ja sille annetaan taulukko, jossa $n = 10^6$. Mikä seuraavista on realistinen algoritmin suoritus aika nykyaikaisella tietokoneella? Yksi sekunti, viisi minuuttia, kymmenen tuntia vai vuosi?
8. Miten lomitusjärjestämisen voisi toteuttaa ilman rekursiota?

Saat jokaisesta oikeasta vastauksesta 0.5 pistettä, ja tehtävän kokonaispistemäärä on näiden pisteiden summa pyöristettynä alaspäin kokonaisluvuksi.

Tehtävä 3 (6 pistettä)

Annettuna on taulukko, jossa on n kokonaislukua väliltä $1 \dots 10^9$. Monellako tavalla voit poistaa taulukosta yhden luvun niin, että poiston jälkeen jäljelle jäävä taulukko on järjestyksessä?

Esimerkiksi taulukolle [1,3,2,4] oikea vastaus on 2, koska voit poistaa joko luvun 3 tai luvun 2. Näissä tapauksissa jäljelle jäävät taulukot ovat [1,2,4] ja [1,3,4]. Taulukolle [1,1,1,1,1] oikea vastaus on 5 ja taulukolle [8,1,1,5,1] oikea vastaus on 0.

Suunnittele algoritmi, joka ratkaisee tehtävän ajassa $O(n)$.

Kuvaile ensin algoritmin toimintaidea 1–2 virkkeellä. Anna tämän jälkeen algoritmin koodi ja perustele, miksi se vie aikaa $O(n)$. Voit käyttää pseudokoodia tai haluamaasi ohjelmointikieltä, ja voit käyttää kurssilla esitettyjä tietorakenteita.

Tehtävä 4 (6 pistettä)

Sinulla on 10^9 hattua, jotka on numeroitu $1, 2, 3, \dots, 10^9$. Aluksi jokainen hattu on tyhjä. Tehtäväsi on toteuttaa seuraavat operaatiot:

- `lisaa(x)`: lisää pallo hattuun, jonka numero on x
- `laske()`: ilmoita, monessako hatussa on *pariton* määrä palloja

Tässä on esimerkki, miten operaatioita voi käyttää:

- `laske()` (antaa tuloksen 0)
- `lisaa(3)`
- `lisaa(5)`
- `lisaa(3)`
- `laske()` (antaa tuloksen 1)
- `lisaa(5)`
- `laske()` (antaa tuloksen 0)

Sinun tulee keksiä toteutus, jossa molemmat operaatiot toimivat tehokkaasti.

Kuvaile ensin operaatioiden toimintaidea 1–2 virkkeellä. Anna tämän jälkeen operaatioiden koodi ja perustele, miksi ne ovat tehokkaita. Voit käyttää pseudokoodia tai haluamaasi ohjelmointikieltä, ja voit käyttää kurssilla esitettyjä tietorakenteita.