

Series/Sarjat MAT21002, BSMA1005

Course Examination

May 11, 2022, 2,5 hours

No notes, tables of formulae or calculators are allowed in the exam.

Solve each problem. Justify your answers by presenting steps of reasoning or computations as well as justifications for using known rules and results when needed.

Vastaa tehtäviin suomeksi, jos haluat suomenkielisen suoritusmerkinnän.

1. Determine the interval and radius of convergence of the following power series.

Määritä seuraavan potenssisarjan suppenemissäde ja suppenemisväli.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k\sqrt{k}3^k}$$

2. Let / olkoon $f(x) = e^{x^3}$.

- Find the Taylor polynomial $T_2(x; 1)$ of f .
Määritä funktion f Taylorin polynomi $T_2(x; 1)$.
- Compute $T_2(x; 1)$.
Laske $T_2(x; 1)$.
- Estimate the error in your approximation at the point $x = 0$?
Kuinka suuri on tekemäsi approksimaation virhe pisteessä $x = 0$?

3. Do the following series converge?
Suppenevatko seuraavat sarjat?

a)
$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{k^2 - 1}}$$

b)
$$\sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(\log k)^k}$$

4. Does the following series converge uniformly on \mathbb{R} ?
Suppeneeko seuraava sarja tasaisesti joukossa \mathbb{R} ?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x}{k(1 + kx^2)}$$