



HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Matematiikan ja tilastotieteen osasto
MAT21002 Sarjat
Kurssikoe 2 h 30 min
22.10.2019 klo 12:00–14:30

Kokeessa saa käyttää laskinta, mutta ei muita apuvälineitä (esimerkiksi taulukkokirjan käyttö on kielletty).

1. Tutki, suppeneeko sarja $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{(1+k)(1+k\sqrt{k})}$.

2. Määritä potenssisarjan $\sum_{k=0}^{\infty} k^3(2x-3)^k$ keskus, suppenemissäde ja suppenemisväli.

3. (a) Määritä funktion $f(x) = e^{2x}$ Taylorin polynomi $T_2(x; -1)$.

(b) Laske integraalin $\int_{-1}^0 e^{2x} dx$ likiarvo kohdassa (a) lasketun Taylorin polynomin $T_2(x; -1)$ avulla. Arvioi Lagrangen jäännöstermimuodon avulla virheen suuruutta.

4. (a) Esitä *potenssisarjojen yksikäsitteisyyslause*. (Lausetta ei tarvitse todistaa!)

(b) Osoita, että jos potenssisarjalle pätee $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k = 0$ kaikilla $x \in (-c, c)$, missä $c > 0$, niin $a_k = 0$ kaikilla $k = 0, 1, 2, \dots$

Huom! Laskimella saatu vastaus ei missään tehtävässä riitä perusteluksi.