



Jos teet **erilliskokeen**, niin vastaa kaikkiin tehtäviin. Koeaikasi loppuu yleistenttilaisuuden päättyessä klo 15.45.

Jos teet **kurssikokeen**, niin vastaa vain tehtäviin 1(a), 2, 3 ja 4. Koeaikasi on tällöin 2 tuntia 30 minuuttia ja päättyy klo 14.45. Kirjoita vastauspaperisi etusivulle selvästi, että teet kurssikokeen.

Huom! Jos osallistuit kurssikokeeseen 11.5.2017, et voi tehdä tätä koetta kurssikokeena vaan ainoastaan erilliskokeena.

1. Tutki, suppeneeko sarja (a) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{k^2-1}}$ ja (b) $\sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(\log k)^k}$.

2. Määritä potenssisarjan $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2x+3)^k}{5^k}$ keskus, suppenemissäde ja suppenemisväli.

3. Laske raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$. Käytä ratkaisussasi Taylorin kehitelmiä.

4. (a) Osoita, että jos sarja $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ suppenee itseisesti, niin myös sarja $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^3$ suppenee itseisesti.

(b) Osoita, että sarjan $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ ehdollisesta suppenemisestä ei välttämättä seuraa sarjan $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^3$ ehdollinen suppeneminen. Kohdan (a) tulos ei siis päde ehdolliselle suppenemiselle.

5. Tutki, suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x}{k(1+kx^2)}$$

tasaisesti joukossa \mathbb{R} .

Huom! Laskimella saatu vastaus ei missään tehtävässä riitä perusteluksi.