

Tentissä ei saa olla mukana laskinta, taulukkokirjaa tai kirjallista materiaalia paitsi yksi A4-kokoinen sivu vapaasti valittavia muistiinpanoja, jossa max. noin 60 riviä \times 100 merkkiä / rivi

Seuraavissa tehtävissä y on tuntematon, reaaliarvoista x riippuva funktio.

1. Esitä differentiaaliyhtälön $y'' + 2y = x^2$ yleinen ratkaisu.

2. Yhtälöllä

$$xy - 1 + (x^2 - xy)y' = 0$$

on vain x :stä riippuva integroiva tekijä. Ratkaise yhtälö.

3. a) Esitä differentiaaliyhtälön $y' - x^2y = 0$ yleinen ratkaisu, ja ratkaise vastaava alkuarvot tehtävä ehdolla $y(0) = 12$.

b) Samoin yhtälölle $y' - 2xy = 3x$ ja alkuehdolle $y(0) = 2$.

4. Esitä seuraavan toisen kertaluvun lineaarisen homogeenisen differentiaaliyhtälön ratkaisujen perusjärjestelmä

$$y'' + \frac{3}{x}y' - \frac{3}{x^2}y = 0, \quad x > 0,$$

kun tiedetään, että yhtälön yksi ratkaisu on funktio $y(x) = x$. Voit esimerkiksi käyttää vakion variointimenetelmää.

In the following, y denotes an unknown function depending on the real variable x .

1. Find the general solution of the differential equation $y'' + 2y = x^2$.

2. The equation

$$xy - 1 + (x^2 - xy)y' = 0.$$

has an integrating factor depending on x only. Solve the equation.

3. a) Find the general solution of the differential equation $y' - x^2y = 0$, and solve the corresponding initial value problem with the condition $y(0) = 12$.

b) The same for the equation $y' - 2xy = 3x$ and initial condition $y(0) = 2$.

4. Find the fundamental system of solutions of the following homogeneous linear second order differential equation

$$y'' + \frac{3}{x}y' - \frac{3}{x^2}y = 0, \quad x > 0,$$

once it is known that the equation has a solution $y(x) = x$. You may for example use the variation of constants -method.