

Matematiikan ja tilastotieteen osasto
Algebraaliset rakenteet I
Kursssikoe 27.3.2024

Taulukkokirjan, laskimen ja muiden apuvälineiden käyttö ei ole sallittua.
Muista perustella vastauksesi huolellisesti!

1. a) Mitkä seuraavista laskuista on laskettu oikein?

(i) $[4]_{10} + [-27]_{10} = [7]_{10}$

(ii) $[27]_{22} + [17]_{22} = [-21]_{22}$

(iii) $2 \cdot [11]_6 - 4 \cdot [7]_6 = [-5]_6$.

b) On olemassa vain yksi tapa täyttää alla oleva laskutoimitustaulu niin, että tuloksena on ryhmä. Täytä taulu siten. Selitä päätätelysi välivaiheet ja perustele erityisesti, miksi vaihtoehtoja on vain yksi.

*	x	y	z
x	Y	Z	X
y	Z	X	Y
z	X	Y	Z

2. a) Kirjoita permutaatio

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 2 & 7 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

erillisten syklien tulona.

b) Mikä on alkion $(1\ 3)(2\ 5\ 4)$ kertaluku ryhmässä S_5 ?

c) Laske

$$((1\ 3)(2\ 5\ 4))^{2024}.$$

3. a) Palautetaan mieleen, että ryhmän G keskus on

$$Z = \{g \in G \mid xg = gx \text{ kaikilla } x \in G\}.$$

Osoita, että keskus on ryhmän G aliryhmä. (8 p.)